

Esercizi aggiuntivi Tutorato 7

Novembre 2022

Esami passati Esercizi 1, 2 e 3 dell'esame di Settembre 2021

Esercizio 1. Dato un insieme di regole \mathcal{R} su un universo U , si definisca l'associato operatore delle conseguenze immediate $\bar{\mathcal{R}} : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$. Si dimostri che è monotono.

Esercizio 2. Le seguenti regole definiscono induttivamente l'insieme S delle sequenze finite di interi (regole $[S0], [S1]$) e una relazione $R \in \mathcal{P}(S \times S)$ (regole $[R0], [R1]$). Sotto, x, x_1, x_2 indicano interi mentre s, s_1, s_2 indicano sequenze in S .

$$\frac{}{\epsilon} [S0] \quad \frac{s}{x : s} (x \in \mathbb{Z}) [S1] \quad \frac{}{R(\epsilon, s)} [R0] \quad \frac{R(s_1, s_2) \quad x_1 \leq x_2}{R(x_1 : s_1, x_2 : s_2)} [R1]$$

1. [20%] Si fornisca una sequenza s_1 con 3 interi distinti per cui valga $R(s_1, s_2)$ per qualche s_2 e si giustifichi la risposta esibendo una derivazione.
2. [20%] Si enunci il principio di induzione associato alla relazione R .
3. [10%] Si consideri l'enunciato seguente:

$$\forall s_1, s_2 \in S. R(s_1, s_2) \wedge R(s_2, s_1) \implies s_1 = s_2$$

Si riscriva l'enunciato in modo logicamente equivalente nella forma

$$\forall s_1, s_2 \in S. R(s_1, s_2) \implies p(s_1, s_2)$$

per un qualche predicato p .

4. [50%] Si concluda la dimostrazione dell'enunciato visto sopra usando il principio di induzione associato a R .

Esercizio 3. *Nel linguaggio IMP la valutazione di un'espressione non ha effetti collaterali come modificare il valore delle variabili. Altri linguaggi (come, per esempio, Java), invece consentono l'assegnamento all'interno delle espressioni, la cui valutazione può quindi modificare lo stato corrente. Si consideri un'estensione di IMP dove l'assegnamento $x := e$ è anche un'espressione, la cui semantica prima valuta e (potenzialmente modificando lo stato) ottenendo un intero v e poi modifica il valore di x a v . Il risultato finale dell'espressione $x := e$ sarà quindi v . Inoltre, assumiamo che gli operatori binari come $e_1 + e_2$ valutino e_1 prima di e_2 .*

Per esempio se inizialmente x vale 0, il comando c

$$x := (x := x + 1) + (x := x * 2)$$

modifica x prima a 1, poi a 2, e infine a 3.

1. [35%] Si formalizzi la nuova semantica delle espressioni $(\rightarrow_e) \in \mathcal{P}(\text{Exp} \times \text{State} \times \mathbb{Z} \times \text{State})$ dove $\langle e, \sigma \rangle \rightarrow_e \langle v, \sigma' \rangle$ indica che la valutazione di e nello stato iniziale σ ha risultato v e stato finale σ' . Per farlo, si forniscano le nuove regole [Lit], [Var], [Plus] e [Let] commentandole brevemente.
2. [35%] Nella semantica dei comandi, si forniscano le regole per tutti i comandi di IMP, opportunamente adattate alla nuova semantica delle espressioni. Si commentino brevemente le modifiche rispetto alle regole standard di IMP.
3. [30%] Si fornisca una derivazione, usando le nuove regole di (\rightarrow_b) e (\rightarrow_e) , per l'esecuzione del comando c visto sopra in uno stato iniziale dove tutte le variabili hanno valore zero.